

P5 – Principe d'inertie

Mécanique du point

« Le mouvement est comme rien. »

Galilée, *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde.*

I. Cinématique du point

1. Rappel : référentiels

Le mouvement est relatif, il dépend du référentiel d'étude.

Définition

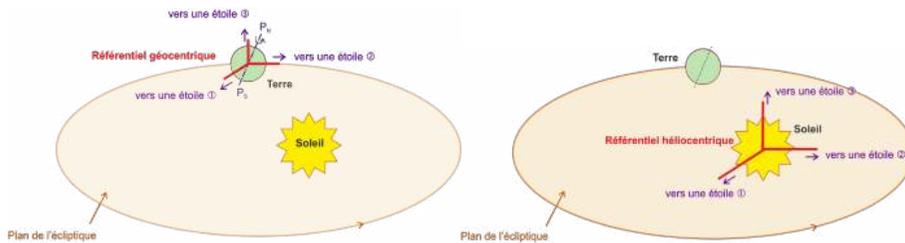
Tout référentiel est constitué :

- d'un repère spatial (système de coordonnées),
- d'un repère temporel (horloge).

un évènement = un référentiel + une position + une date

Référentiels usuels :

Référentiel	Corps de référence	Utilisation
Terrestre	Surface de la Terre	Corps sur la Terre
Géocentrique	Centre de la Terre (sans rotation)	Satellites
Héliocentrique	Centre du Soleil (sans rotation)	Planètes
Propre	Le corps lui même	Relativité



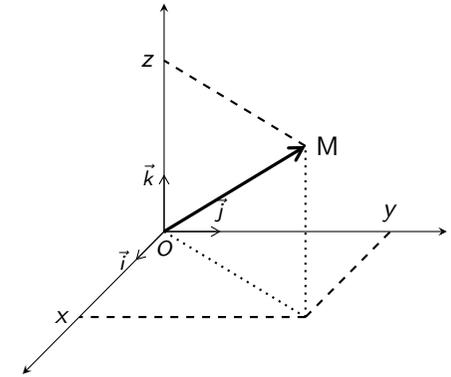
2. Vecteur position

L'« état mécanique » d'un corps ponctuel est déterminée par sa position et sa vitesse. Connaître le mouvement d'un objet revient donc à déterminer sa position et sa vitesse à chaque instant.

Soit un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, la position d'un point M au temps t est donnée par le vecteur position \vec{OM} :

$$\vec{OM} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$$

$$\vec{OM} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$$



Définitions

- $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ sont les équations horaires du mouvement.
- Le mouvement d'un corps peut parfois être réduit au mouvement dans un plan (O, x, y) , dans ce cas la trajectoire est une courbe d'équation $y=f(x)$.

Rappel

$$\|\vec{OM}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

3. Vecteur vitesse instantanée

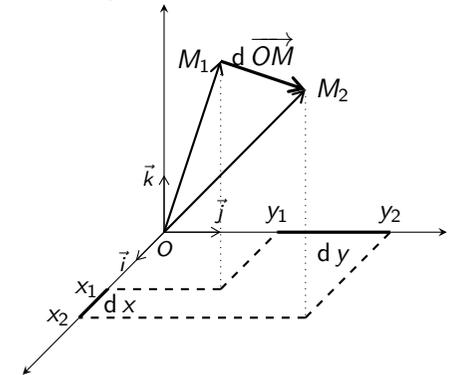
Rappel : dérivée d'une fonction du temps

$$\frac{df}{dt} = f'(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t}$$

Le vecteur vitesse instantanée est la dérivée du vecteur position :

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$$

$$\text{soit } \vec{v} \begin{pmatrix} v_x = x'(t) = \frac{dx}{dt} \\ v_y = y'(t) = \frac{dy}{dt} \\ v_z = z'(t) = \frac{dz}{dt} \end{pmatrix}$$



Caractéristiques du vecteur vitesse instantanée

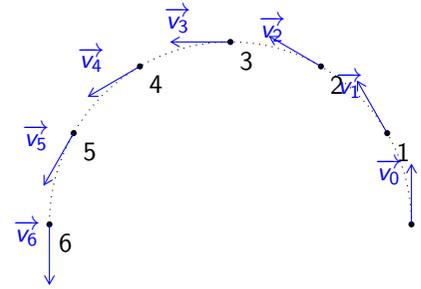
- Le vecteur vitesse est tangent en tout point à la trajectoire.
- Le vecteur vitesse pointe dans le sens du mouvement.
- $v = \|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$
- $v \geq 0$ mais v_x , v_y et v_z peuvent être négatifs.

Remarque

Dans le cas général, la vitesse moyenne $\bar{v} = \frac{d}{\Delta t}$ est différente de la vitesse instantanée

$$v = \left\| \frac{d\vec{OM}}{dt} \right\|.$$

$$\bar{v} \neq \|\bar{v}\|$$



Mouvement circulaire uniforme

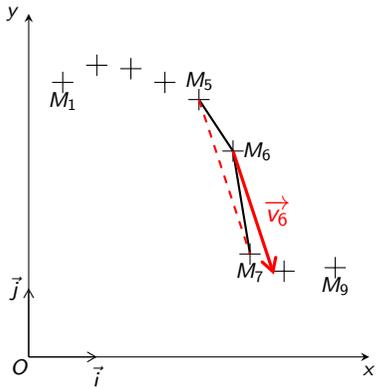
- La trajectoire est un cercle,
- la vitesse est constante,
- le vecteur vitesse n'est pas constant, $\bar{v} \neq \text{cst}$.

Ex. 4 p. 174 : vitesses axiales et type de mouvement

4. Construction du vecteur vitesse instantanée

La position et la vitesse ne peuvent être mesurées à chaque instant. Elle sont généralement mesurées à intervalles de temps rapprochés et constants.

Les vitesses mesurées sont des vitesses approchées de la vitesse instantanée.



$$v_n = \frac{M_{n-1}M_n + M_nM_{n+1}}{2\Delta t}$$

\vec{v}_n colinéaire à $\vec{M}_{n-1}M_{n+1}$

$\Delta t = 60 \text{ ms}$

échelle de longueur : 1 cm pour 1 m

$$v_6 = \frac{M_5M_6 + M_6M_7}{2\Delta t}$$

$$v_6 = \frac{0,9 + 1,5}{2 \times 60 \times 10^{-3}} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

échelle de vitesse : 1 cm pour 10 m · s⁻¹

Ex. 5 p. 174 : tracé d'un vecteur vitesse

5. Mouvements remarquables



Mouvement rectiligne uniforme

- La trajectoire est une droite,
- la vitesse est constante,
- le vecteur vitesse est constant, $\vec{v} = \text{cst}$.

II. Principe d'inertie

1. Système

Système mécanique

C'est un objet ou un ensemble d'objets dont on étudie le mouvement.

Système isolé

Il n'est soumis à aucune action mécanique extérieure et sa masse est constante. Seul l'univers est isolé!

Système pseudo-isolé

Il est soumis à des forces qui se compensent et sa masse est constante.

2. Première loi de Newton : principe d'inertie

Dans certains référentiels, dits galiléens, le centre d'inertie d'un système pseudo-isolé est immobile ou possède un mouvement rectiligne uniforme.

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} \implies \vec{v}_G = \vec{\text{cst}}$$

La réciproque est vraie :

$$\vec{v}_G = \vec{\text{cst}} \implies \sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$$

Référentiels galiléens

Les référentiels terrestre, géocentrique, héliocentrique peuvent être considérés comme étant galiléens.

Remarque

Dans certains cas où la rotation de la Terre sur elle-même ne peut plus être négligée (météorologie, régime des vents...), le référentiel terrestre ne peut plus être considéré comme galiléen.

Conséquence

- Dans un wagon isolé de l'extérieur, il est impossible de savoir si un train est immobile ou en mouvement rectiligne uniforme.
- Que ce wagon soit immobile ou en mouvement rectiligne uniforme, toutes les expériences donneront les mêmes résultats dans les deux cas.
- « Le mouvement (rectiligne uniforme) est comme rien (c'est à dire l'immobilité). »

3. Forces usuelles

Forces de contact :



Traction

- point d'application : point d'accroche
- direction : câble
- sens : mouvement
- valeur : T



Forces de pression

- centre de la surface de contact
- perpendiculaire à la paroi
- des hautes vers les basses pressions
- $F = PS$



Poussée d'Archimède

- centre de gravité du fluide déplacé
- verticale
- vers le haut
- $\Pi = \rho_{fluide} V_{solide} g$



Frottements

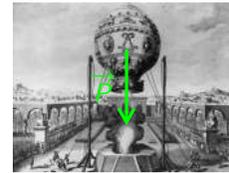
- sur la surface de contact
- direction du mouvement
- sens opposée à la vitesse
- f dépend de la vitesse



Réaction

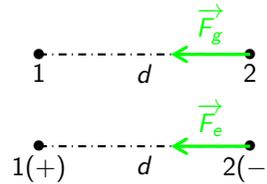
- point de contact avec le sol
- verticale
- vers le haut
- $R = P$ (opposée au poids)

Forces à distance :



Poids

- centre d'inertie
- vertical
- vers le bas
- $P = mg$



Force de gravitation

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

Force électrique

$$F_e = k \frac{q_1 q_2}{d^2}$$

III. Quantité de mouvement

1. Définition

Le vecteur quantité de mouvement est proportionnel au vecteur vitesse (instantanée) :

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}} \quad \left| \begin{array}{l} \vec{p} : \text{vecteur quantité de mouvement} \\ m : \text{masse} \\ \vec{v} : \text{vecteur vitesse} \end{array} \right.$$

$$\|\vec{p}\| = \|m\vec{v}\| \text{ donc } \|\vec{p}\| = m\|\vec{v}\| \text{ d'où } p = mv.$$

La quantité de mouvement est proportionnelle à la vitesse :

$$\boxed{p = mv} \quad \left| \begin{array}{l} p : \text{quantité de mouvement (kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}) \\ m : \text{masse (kg)} \\ v : \text{vitesse (m} \cdot \text{s}^{-1}) \end{array} \right.$$

Pour un système composé de plusieurs objets :

$$\boxed{\vec{p} = \sum_i \vec{p}_i} \quad \left| \begin{array}{l} \vec{p} : \text{quantité de mouvement totale du système} \\ \vec{p}_i : \text{quantité de mouvement des éléments du système} \end{array} \right.$$

Ex. 7 p. 175 : vitesse et quantité de mouvement

2. Conservation

Dans un référentiel galiléen, pour un système (pseudo-)isolé, la quantité de mouvement est constante.

La conservation de la quantité de mouvement est une conséquence du principe d'inertie :

Le système est isolé donc $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$ et $m = \text{cste}$,
d'après le principe d'inertie $\vec{v} = \text{cst}$,

donc $m\vec{v} = \vec{cst}$, soit $\vec{p} = \vec{cst}$.

Propulsion par réaction

- Principe : une masse est éjectée avec la vitesse la plus grande possible.
- Système étudié : mobile + masse éjectée (fusée + carburant / comburant)
- Hypothèse : le système est considéré comme (pseudo-)isolé.
- Relation utilisée : quantité de mouvement initiale = quantité de mouvement finale

Ex. 8 p. 175 : propulsion de patineurs